**Tema 55. Circuitos eléctricos serie, paralelo y mixto. Cálculo de magnitudes.**

## Índice

## 55.1. Introducción

Un circuito eléctrico es un conjunto de elementos conductores conectados de manera que constituyen un recorrido cerrado a través del que circula (o puede circular) una corriente eléctrica.

Los elementos más comunes de que consta un circuito eléctrico son:

- **Generador** (pila, batería, etc.), que suministra energía eléctrica al circuito.
- **Receptor** (motor, bombilla, resistencia, etc.), que aprovecha la energía eléctrica suministrada por el generador, transformándola en otros tipos de energía (mecánica, luminosa, calorífica, etc.).
- **Interruptor,** que abre o cierra el circuito, para que la transformación de energía se realice cuando se solicita.
- **Conductores,** generalmente hilos metálicos, que unen el generador y el receptor. Estos conductores poseen una determinada resistencia, que se simboliza concentrada en una zona del circuito, considerándose el resto del conductor como ideal; es decir, sin resistencia. De esta forma, los dos extremos de un hilo conductor ideal tienen el mismo potencial.

Un circuito sencillo que conste de estos tres elementos se esquematiza de la forma que se aprecia en la figura 55.1.

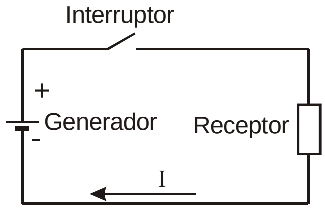


Figura 55.1.- Circuito eléctrico básico.

La corriente (considerada en sentido convencional como el movimiento de cargas positivas) sale del generador por el polo positivo y regresa a él por el negativo, conservándose constante su intensidad a lo largo de todo el circuito (de acuerdo con el principio de conservación de la carga eléctrica).

En este tema estudiaremos como se comportan los circuitos eléctricos al combinar diferentes generadores y también los receptores más simples, resistencias, bobinas y condensadores.

Los componentes eléctricos se pueden conectar de formas muy distintas, entre las que destacamos la asociación en **serie**, en **paralelo** o derivación, y en forma **mixta**.

Otras formas de asociación que se encuentran principalmente en circuitos trifásicos son las conexiones en **estrella** y en **triángulo**.

## 55.2. Circuito serie

Se considera que 2 o más componentes están asociados en serie cuando se conectan uno a continuación de otro, de manera que por todos ellos circula la misma intensidad.

### 55.2.1. Asociación en serie de resistencias

Cuando se conectan varias resistencias en serie, se denomina **resistencia equivalente** aquella resistencia única que consume la misma energía que las asociadas y puede, por tanto, sustituirlas, sin que por ello se produzca modificación energética alguna en el circuito.

Es la que resulta al conectar las resistencias una a continuación de otra (figura 55.2), de manera que a **través de todas ellas circule la misma intensidad**, cumpliéndose que la diferencia de potencial entre los extremos de la resistencia equivalente es igual a la suma de las diferencias de potencial entre los extremos de las resistencias asociadas, es decir:

$V_A - V_D = (V_A - V_B) + (V_B - V_C) + (V_C - V_D) = \Sigma V_i$

Aplicando la ley de Ohm a cada conductor, tendremos:

$I \cdot R_{eq} = I \cdot R_1 + I \cdot R_2 + I \cdot R_3 + ... = I \cdot (R_1 + R_2 + R_3 + ...)$

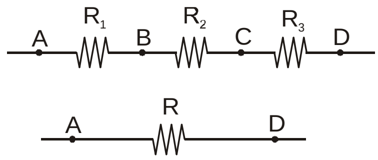

Figura 55.2.- Resistencias en serie.

Y simplificando:

$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + ... = \Sigma R_i$

**“En una asociación de resistencias en serie la resistencia equivalente es igual a la suma de las resistencias asociadas”.**

**Caso particular: Divisor de tensión**

Un divisor de tensión consiste en una asociación en serie de resistencias. Un caso típico es el de una resistencia R provista de un cursor deslizante (de tipo potenciométrico) y conectada conforme se indica en la figura 55.3, de manera que la corriente I suministrada por el generador al llegar al punto C se ramifica, y una parte de ella, $I_1$, circula a través de la resistencia de carga R, (cualquier aparato consumidor de energía eléctrica), mientras que la parte restante $I_2$, lo hace a través del trozo de resistencia variable comprendido entre C y B.

Si el cursor está situado en el extremo A, una gran parte de la corriente pasa a través de la resistencia de carga, y en ella la tensión será máxima. A medida que el cursor se va desplazando hacia el extremo B, la tensión en R, va disminuyendo (dividiéndose) hasta llegar a anularse. De esta manera, situando adecuadamente el cursor, se puede obtener cualquier valor de tensión en la carga, comprendido entre cero y el valor máximo mencionado.

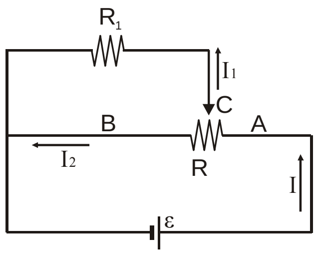

Figura 55.3.- Divisor de tensión.

Si en lugar del potenciómetro se emplean 2 resistencias fijas, la tensión del generador queda dividida en 2 tensiones proporcionales al valor de cada resistencia.

**55.2.2. Asociación en serie de generadores**

Es la que resulta de unir entre sí y sucesivamente los polos de signo contrario de los diferentes generadores (figura 55.4).

La fuerza electromotriz total es igual a la suma de las fuerzas electromotrices de cada uno de los generadores y la resistencia interna total es también igual a la suma de las resistencias internas de todos ellos. Por tanto, aplicando la ley de Ohm, resulta:

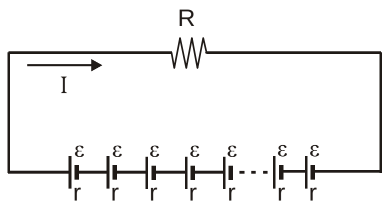

Figura 55.4.- Asociación de generadores en serie.

$$I = \frac{\sum \varepsilon_i}{R + \sum r_i}$$

Asociando *n* generadores iguales en serie se consigue una fuerza electromotriz *n* veces más elevada que con un solo generador.

**55.2.3. Asociación en serie de bobinas**

La asociación de bobinas sigue las mismas reglas que la de resistencias, de manera que la inductancia equivalente es la suma de las inductancias de cada bobina: $L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots$

### 55.2.4. Asociación en serie de condensadores

En una conexión serie de condensadores por todos ellos hay igual desplazamiento y acumulación de cargas, $Q_1 = Q_2 = Q_3 = ... = Q_n$, mientras que la tensiones parciales del circuito se reparten inversamente para cada capacidad ya que en un condensador se cumple:

$$V = \frac{Q}{C}$$

Así, en el circuito de la figura 55.5, con tres condensadores conectados en serie:

$$V_{ab} = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} + \frac{Q_3}{C_3} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

Igualando este valor de la tensión por el que adquiere con la capacidad equivalente, $V = \frac{Q}{C_{eq}}$, resulta:

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

Y la capacidad equivalente de una conexión serie de n condensadores:

$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... + \frac{1}{C_n}}$$

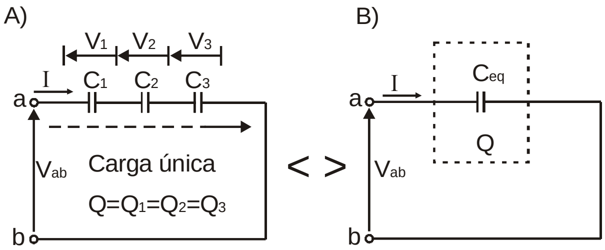


Figura 55.5.- Conexión de tres condensadores en serie. A)Esquema. B)Capacidad equivalente.

Siendo $C_{eq}$ la capacidad equivalente y $C_1, C_2, ..., C_n$ las capacidades parciales.

Las **implicaciones** de la asociación serie de condensadores son las siguientes:

- La carga Q es única en todos ellos e igual a la total.
- La tensión total es la suma de las tensiones parciales.
- La capacidad equivalente siempre es más pequeña que la capacidad parcial más pequeña.

### 55.3. Circuito paralelo o derivación

Es la que resulta de unir varios componentes de tal modo que tengan sus extremos conectados a los mismos puntos. Por tanto, **la diferencia de potencial entre los extremos de todos los componentes será la misma**.

### 52.3.1. Asociación en paralelo de resistencias

En la asociación en paralelo (figura 55.6), la tensión en cada resistencia es la misma pero por cada una de ellas circulará distinta intensidad, cumpliéndose que la intensidad de corriente total es igual a la suma de las que pasan por cada una de las resistencias asociadas (de acuerdo con el primer lema de Kirchhoff):

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + ... = \Sigma I_i$$

Y aplicando la ley de Ohm, tanto a la resistencia equivalente como a las asociadas:

$$\frac{V_{AB}}{R}=\frac{V_{AB}}{R_1}+\frac{V_{AB}}{R_2}+\frac{V_{AB}}{R_3}+\ldots$$

de donde, simplificando, resulta:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\ldots=\sum\frac{1}{R_i}$$

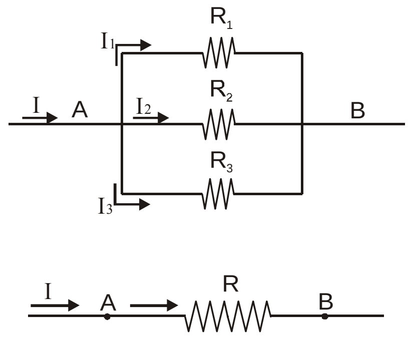

Figura 55.6.- Resistencias en paralelo.

**"En una asociación de resistencias en paralelo la inversa de la resistencia (conductancia) equivalente es igual a la suma de las inversas de las resistencias (conductancias) asociadas".**

Si se trata tan solo de dos resistencias asociadas en paralelo (figura 55.7), las intensidades de corriente que circulan por ellas, $I_1$ e $I_2$, habrán de cumplir:

$I = I_1 + I_2$

$I_1 \cdot R_1 = I_2 \cdot R_2$

obteniéndose por resolución de este sistema las intensidades de corriente que atraviesan cada resistencia:

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I \qquad I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

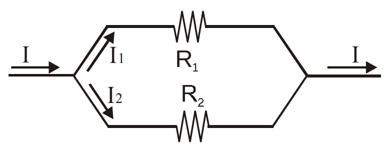

Figura 55.7.-Divisor de corriente.

Este montaje de dos resistencias en paralelo se conoce como **divisor de intensidad.** Como regla podemos establecer que la corriente por una rama del divisor de intensidad es igual a la corriente total multiplicada por la resistencia de la otra rama y dividida por la suma de las 2 resistencias.

## 55.3.2. Asociación en paralelo de generadores

Es la que resulta de unir por un lado todos los polos positivos y, por otro, todos los negativos de los *n* generadores. Hay que evitar conectar los generadores en paralelo con los polos invertidos ya que esto produciría una corriente a través de ambos generadores muy intensa, pues la resistencia interna de un generador suele ser pequeña y, muy probablemente, se destruirían ambos generadores.

Si los generadores (como ocurre en un caso práctico ya que en caso contrario todos adquirirían la tensión de la f.e.m. más pequeña)) son todos iguales, se deduce fácilmente el valor de la intensidad que circula por la resistencia R:

$$I=\frac{\varepsilon}{R+\dfrac{r}{n}}$$

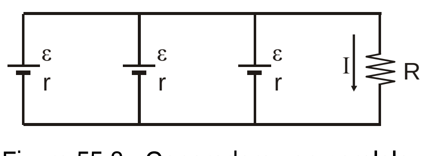

Figura 55.8.- Generadores en paralelo.

En la asociación en paralelo (figura 55.8) no se consigue entregar mayor tensión al receptor, aunque sí mayor intensidad, sobre todo en el caso de que la resistencia exterior sea pequeña. Pero en lo que radica la ventaja de este tipo de asociación es que por cada generador pasa una intensidad menor que si no hubiese asociación y de esta forma se descargan más lentamente.

### 55.3.3. Asociación en paralelo de condensadores

En el caso de tres condensadores conectados en paralelo, como se indica en la figura 55.9, la tensión es única:

$V_{ab} = V_1 = V_2 = V_3$

Y las cargas parciales son directamente proporcionales a la tensión y a la capacidad:

$Q_1 = C_1 \cdot V_{ab},\ Q_2 = C_2 \cdot V_{ab},\ Q_3 = C_3 \cdot V_{ab}$

Por tanto:

$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$

Sustituyendo el valor de $Q$ por el valor de la tensión y capacidad equivalente:

$C_{eq} \cdot V_{ab} = C_1 \cdot V_{ab} + C_2 \cdot V_{ab} + C_3 \cdot V_{ab}$

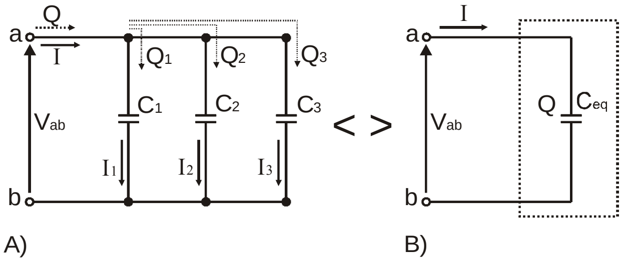

Figura 55.9.- Condensadores en paralelo. A) Esquema B) Capacidad equivalente.

En el caso general de *n* condensadores en paralelo:

$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + ... + C_n$

Siendo $C_{eq}$ la capacidad equivalente.

Las **implicaciones** de la asociación en paralelo de condensadores son las siguientes:

- La tensión es única en todos ellos e igual a la total.
- La carga total es la suma de las cargas parciales.
- La capacidad equivalente siempre es más grande que la capacidad parcial más grande.

## 55.4. Circuito mixto

Es una combinación de las dos asociaciones anteriores que se produce cuando en el mismo circuito existen asociaciones en series acopladas en paralelo o asociaciones en paralelo conectadas en serie.

### 55.4.1. Asociación mixta de resistencias

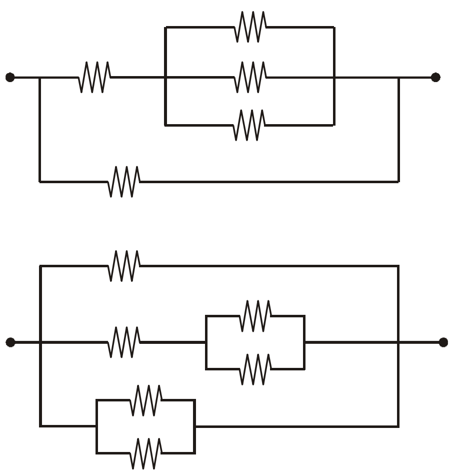
Figura 55.10.- Asociaciones mixtas de resistencias.

La figura 55.10 muestra dos casos prácticos. La resistencia equivalente se calcula resolviendo por separado cada una de las asociaciones sencillas formadas, hasta llegar a una resistencia única. Si se desea conocer la intensidad que circula por una cualquiera de las resistencias, lo más cómodo es obtener la diferencia de potencial entre sus extremos y aplicar luego la ley de Ohm.

### 55.4.2. Asociación mixta de generadores

La figura 55.11 muestra dos ejemplos. La mejor manera de resolver un circuito con una asociación mixta de generadores consiste en la aplicación de las leyes de Kirchhoff.

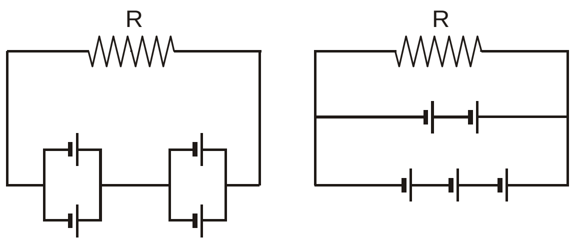

Figura 55.11.- Asociaciones mixtas de generadores.

### 55.4.3. Asociación mixta de condensadores

En este caso se resuelve el sistema mediante los cálculos selectivos (figura 55.12). Se calcula primero la capacidad equivalente de las ramas en paralelo y después la capacidad equivalente de las ramas resultantes en serie o viceversa, según cada esquema.

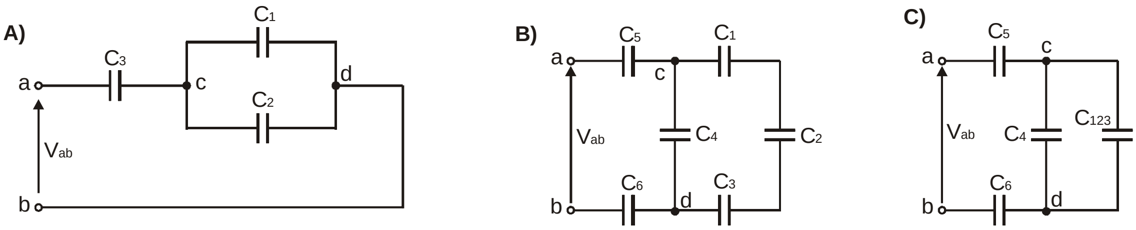


Figura 55.12.- Circuitos serie-paralelo de condensadores.

### 55.4.4. Asociaciones en estrella y en triángulo

Por simplicidad, ilustraremos estos casos considerando solo resistencias.

La conexión en estrella consiste en unir los finales de las tres resistencias entre sí, formando un punto común, y dejando libres los tres principios.

La conexión en triángulo consiste en unir el principio de una resistencia con el final de la siguiente, repitiendo la operación cíclicamente hasta obtener un sistema cerrado.

**• Transformación de triángulo a estrella**

Véase el problema siguiente: Dadas tres resistencias dispuestas en triángulo, calcular las equivalentes a los efectos de corriente y tensión, pero dispuestas en estrella (figura 55.13).

Mirando la resistencia *R* desde los terminales A-B del triángulo, se verá una cierta resistencia que debe ser equivalente a aquella que calculamos. Efectivamente, desde los puntos A-B se advierten las resistencias $R_{ac}$ y $R_{bc}$ en serie entre sí, pero en paralelo con la resistencia $R_{ab}$.

Mirando también desde A-B en la estrella, se ven las equivalentes del nuevo sistema: $R_a + R_b$ (la resistencia $R_c$ queda al aire, es decir, no forma circuito cerrado desde los puntos considerados).

Haciendo lo mismo desde los puntos A-C y C-B, se llega a las ecuaciones siguientes:

$$R_{AB} = \frac{R_{ab}(R_{ac}+R_{bc})}{R_{ab}+R_{ac}+R_{bc}} = R_A + R_B$$

$$R_{AC} = \frac{R_{ac}(R_{ab}+R_{bc})}{R_{ab}+R_{ac}+R_{bc}} = R_A + R_C$$

$$R_{BC} = \frac{R_{bc}(R_{ac}+R_{ab})}{R_{ab}+R_{ac}+R_{bc}} = R_C + R_B$$

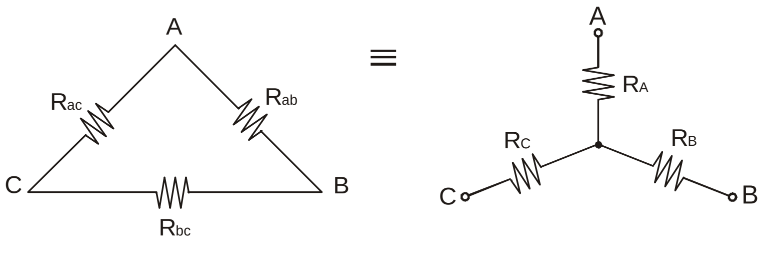


Figura 55.13.

De este sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas, se pueden calcular fácilmente los valores de $R_A$, $R_B$ y $R_C$ conociendo $R_{ab}$, $R_{ac}$ y $R_{bc}$.

Para calcular $R_A$, bastará con sumar miembro a miembro las 2 primeras ecuaciones, restándole la tercera. De forma similar se obtienen $R_B$ y $R_C$.

$$R_A = \frac{R_{ab} \bullet R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$R_B = \frac{R_{ab} \bullet R_{bc}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

$$R_C = \frac{R_{bc} \bullet R_{ac}}{R_{ab} + R_{ac} + R_{bc}}$$

**• Transformación de estrella a triángulo**

En este caso se trata de despejar de las ecuaciones anteriores, $R_{ac}$, $R_{ab}$, y $R_{bc}$, pues ahora $R_a$, $R_b$ y $R_c$ serán valores conocidos. Resolviendo el sistema de ecuaciones por cualquier procedimiento conocido, se tiene:

$$R_{ac} = R_A + R_C + \frac{R_A \bullet R_C}{R_B}$$

$$R_{bc} = R_B + R_C + \frac{R_B \bullet R_C}{R_A}$$

$$R_{ab} = R_A + R_B + \frac{R_A \bullet R_B}{R_C}$$

Estas transformaciones se han resuelto para resistencias; resultados similares se habrían obtenido para el caso de que fuesen impedancias.

## 55.5. Cálculo de magnitudes en régimen transitorio

### 55.5.1. Asociación RC serie

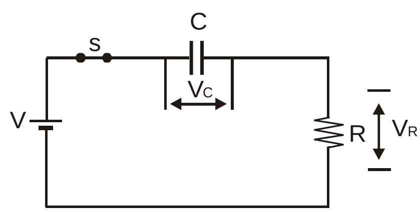

Figura 55.14.- RC Serie.

Un condensador trabaja en **régimen transitorio** cuando se está cargando o descargando y en **régimen permanente** cuando está plenamente cargado o descargado.

En el instante que se cierra el interruptor (figura 55.14) la tensión entre los extremos del condensador es cero y por tanto toda la tensión del generador queda aplicada a la resistencia. A partir de este instante el condensador comienza a cargarse, y la tensión que hay en los extremos de la resistencia comienza a disminuir para ir aumentando la tensión en el condensador, hasta igualarse con la tensión del generador si se deja un tiempo suficientemente grande (figura 55.15).

El tiempo que precisa el condensador para cargarse depende de la constante de tiempo de carga: $\tau = RC$ (segundos)

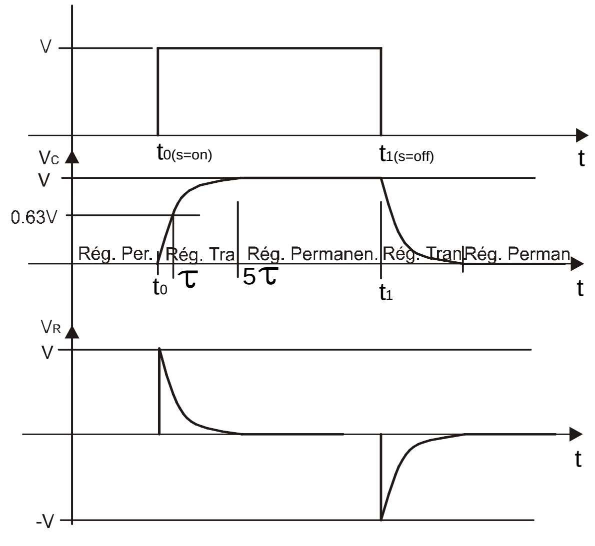

Figura 55.15.- Carga y descarga del condensador.

La tensión entre los extremos del condensador cambia según la expresión:

$$v_c(t) = V_f \bullet (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

El proceso de **descarga** de un condensador es de características similares al de carga; la tensión en el condensador evoluciona según la fórmula:

$$v_c(t) = V_i \bullet e^{-\frac{t}{\tau}}$$

La energía que almacena un condensador depende de la tensión entre sus extremos y la capacidad:

$$W = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

### 55.5.2. Asociación RL serie

En circuitos de corriente continua, las inductancias se comportan de forma análoga a los condensadores. La inductancia se caracteriza por el coeficiente de autoinducción (*L*) y su unidad es el henrio (*H*).

$$L = N \frac{d\phi}{di}$$

*N*= nº de espiras; *Φ* = Flujo magnético; *i* = Intensidad

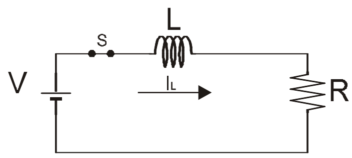


Figura 55.16.- RL serie.

La tensión que se induce entre los extremos de la bobina cuando la corriente es variable es:

$$V_L = L \frac{di(t)}{dt}$$

Cuando se cierra el interruptor(figura 55.16), la autoinducción se comporta como un generador cuya f.e.m. se opone a la corriente que circula por el circuito. Como consecuencia de la f.c.e.m, la intensidad de corriente en el instante de cerrarse el interruptor es cero, y transcurrido un tiempo alcanzará el valor permanente (figura 55.17).

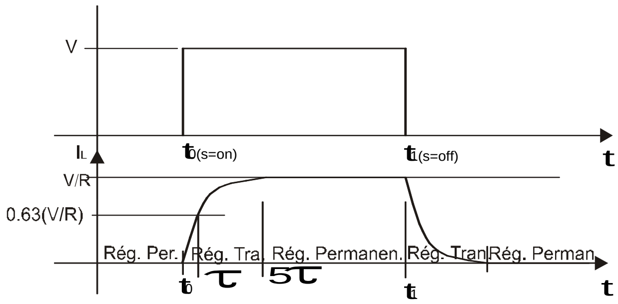


Figura 55.17.- Transitorio de una autoinducción.

La constante de tiempo de la bobina es: $\tau$=L/R

La intensidad por el circuito:

$$i = \frac{V}{R} \bullet (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

La energía que almacena una bobina depende de la intensidad que la recorre y de su autoinducción:

$$W = \frac{1}{2} L I^2$$

## 55.6. Cálculo de magnitudes en corriente alterna y régimen permanente

### 55.6.1. Circuito en serie RL

Si disponemos de una resistencia R unida en serie con una autoinducción L (figura 55.18), y aplicamos a los extremos de la asociación una tensión alterna *v*, se cumplirá (empleando la notación compleja) que la tensión total aplicada es igual a la suma de las tensiones parciales existentes en cada uno de los elementos pasivos asociados:

$V = V_R + V_L$

Si tomamos como referencia la intensidad de corriente (figura 55.19), y la representamos en el eje real, las tensiones en la resistencia y en la bobina, expresadas en forma compleja, son:

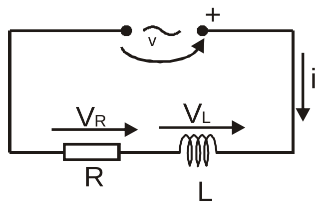


Figura 55.18.- Circuito RL serie.

$V_R = R{\cdot}I$

$V_L = jX_L{\cdot}I = j\omega L{\cdot}I$

Sustituyendo estos valores en la expresión anterior, resulta:

$V = V_R + V_L = R{\cdot}I + j\omega L{\cdot}I = (R + j\omega L){\cdot}I$

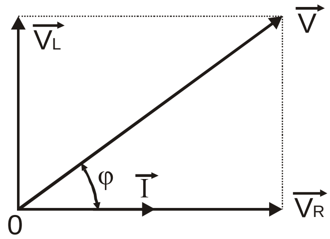


Figura 55.19.

donde $Z = R + j\omega L$ es la **impedancia compleja** (figuras 55.20) del circuito, cuyo módulo es:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

Por tanto, se puede escribir en forma fasorial:

$V = I{\cdot}Z$ (**ley de Ohm generalizada** ) de donde:

$$Z = \frac{V}{I}$$

El ángulo de desfase entre la tensión y la intensidad (es decir, el argumento de la impedancia) viene dado por:

$$tg\varphi = \frac{\omega L}{R}$$

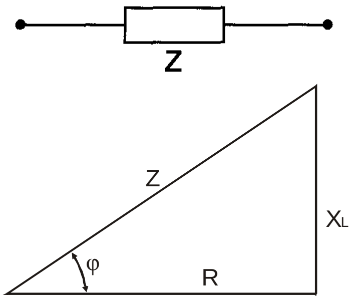


Figura 55.20.- Símbolo y representación gráfica de la impedancia.

El estudio de la asociación en serie RL tiene interés porque la bobina no es un componente ideal y tiene una resistencia de valor apreciable porque la longitud del hilo es grande. Así, una bobina real equivale a una bobina ideal en serie con una resistencia (de pequeño valor).

### 55.6.2. Circuito en serie RC

Si disponemos de una resistencia R unida en serie a un condensador de capacidad C (figura 55.21), y aplicamos a los extremos de la asociación una tensión alterna *V*, se cumplirá (del mismo modo que en los circuitos RL) que la tensión total aplicada es igual a la suma de las tensiones parciales existentes en cada uno de los elementos pasivos asociados (figura 55.22):

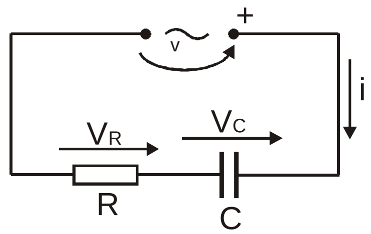


Figura 55.21.- Circuito RC serie.

$V = V_R + V_C$

Las tensiones en la resistencia y en el condensador, expresadas en forma compleja, son:

$V_R = R{\cdot}I$

$V_C = -jX_C{\cdot}I = -j{\cdot}I/(\omega C)$

Sustituyendo estos valores en la expresión anterior, resulta:

$V = V_R + V_C = R{\cdot}I - j{\cdot}I/(\omega C) = [R - j{\cdot}1/(\omega C)]$

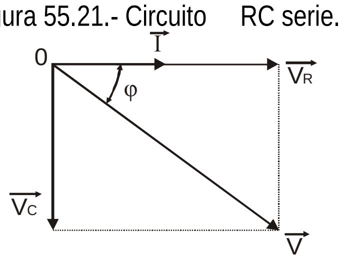


Figura 55.22.- Triángulo de tensiones.

donde $Z = R - j\cdot 1/(\omega C)$ es la **impedancia compleja** del circuito (figura 55.23), cuyo módulo es:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{\omega C})^2}$$

Por lo tanto, se puede escribir en forma fasorial:

$V = I\cdot Z$ (**ley de Ohm generalizada**).

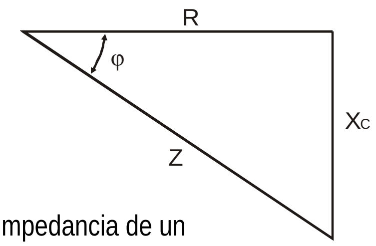

Figura 55.23.- Impedancia de un circuito RC serie.

El ángulo de desfase entre la tensión y la intensidad (es decir, el argumento de la impedancia) viene dado por:

$$tg\varphi = \frac{1}{\omega RC}$$

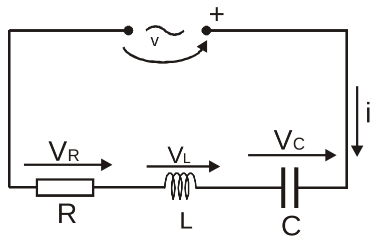

Figura 55.24.- Circuito RLC serie.

### 55.6.3. Circuito en serie RLC

Consideremos ahora un circuito constituido por una resistencia R, una bobina L y un condensador, conectados en serie, de manera que entre los extremos de la asociación se aplica una tensión alterna senoidal v (figura 55.24). Del mismo modo que en los circuitos anteriores, se cumplirá que la tensión total aplicada es igual a la suma (compleja o vectorial) de las tensiones parciales existentes en cada uno de los elementos pasivos asociados, por los que circula la misma intensidad:

$V = V_R + V_L + V_C$

Las tensiones en la resistencia y en el condensador (figura 55.25), expresadas en forma compleja, son:

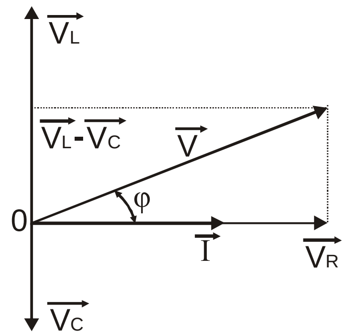

Figura 55.25.- Triángulo de tensiones.

$V_R = R\cdot I$

$V_L = jX_L\cdot I = j\omega L\cdot I$

$V_C = -jX_C\cdot I = -j\cdot I/(\omega C)$

Sustituyendo estos valores en la expresión anterior, resulta:

$V = V_R + V_L + V_C = R\cdot I + j\omega L\cdot I - j\cdot I/(\omega C)$

$V = [R + j(\omega L - 1/(\omega C)]\cdot I$

Así, $Z = [R + j(\omega L - 1/(\omega C)]$ es la **impedancia compleja** del circuito RLC en serie (figura 55.26). El módulo de la impedancia es:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$$

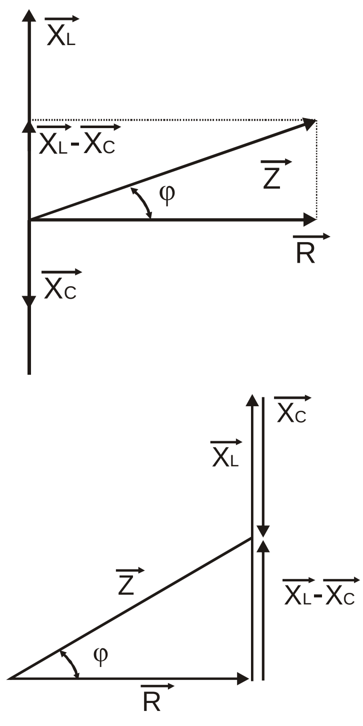

Figura 55.26.- a) Impedancia. b) Triángulo de impedancias.

Por lo tanto, se puede escribir en forma fasorial:

$V = I\cdot Z$ (**ley de Ohm generalizada**)

El argumento de la impedancia, es decir, el ángulo φ de desfase entre la tensión y la intensidad, vendrá dado por la expresión:

$$tg\,(\varphi) = \frac{L \bullet \omega - \dfrac{1}{C \bullet \omega}}{R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

Pueden darse los siguientes tres casos siguientes:

• Si $X_L > X_C$, $tg\ \varphi > 0$ y φ es positivo: predomina la componente inductiva de la impedancia y la tensión está **adelantada** respecto a la intensidad.

• Si $X_L < X_C$, $tg\ \varphi < 0$ y φ es negativo: predomina la componente capacitiva de la impedancia y la tensión está **retrasada** respecto a la intensidad.

• Si $X_L = X_C$, $tg\ \varphi = 0$ y φ es nulo: las componentes inductiva y capacitiva de la impedancia se contrarrestan entre sí; la parte reactiva es nula y la tensión está **en fase** con la intensidad. Al anularse la componente reactiva, la intensidad que circula por el circuito, es decir, la respuesta del circuito es máxima y se dice que el circuito RLC está **en resonancia.** Este fenómeno tiene lugar para una única frecuencia que se llama frecuencia de resonancia.

### 55.6.4. Circuitos en paralelo

En los circuitos de corriente alterna con receptores (impedancias) conectados en paralelo, el cálculo se simplifica considerando el concepto de **admitancia**.

**Admitancia**, *Y*, de un elemento o de una o más ramas de un circuito es el cociente entre la intensidad que circula a través de dicho elemento o rama y la tensión aplicada en sus extremos. Matemáticamente:

$Y = I/V$

Teniendo en cuenta la expresión correspondiente a la ley de Ohm ($V = I{\cdot}Z$), se comprende fácilmente que la admitancia es la magnitud inversa de la impedancia (figura 55.27). Tiene por expresión:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{|Z|}\underline{|-\varphi}$$

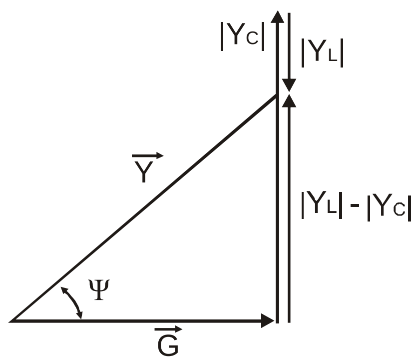

Figura 55.27.- Triángulo de admitancias

O también, como la impedancia en forma compleja viene dada, en general, por $Z = R + j{\cdot}X$, se puede escribir:

$$\overline{Y} = \frac{1}{Z} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R - jX}{(R + jX)\bullet(R - jX)} = \frac{R - jX}{R^2 + X^2} = \frac{R}{Z^2} - j\frac{X}{Z^2}$$

El término $G = R/Z^2$ recibe el nombre de **conductancia**, mientras que el término $B = -X/Z^2$ se designa como **susceptancia** (que será negativa si el circuito es inductivo; y positiva, si es capacitivo). De esta manera, la expresión compleja de la admitancia será:

$Y = G + jB$

Los componentes de la admitancia (la conductancia y la susceptancia) se miden en siemens (S).

La ventaja que presenta el uso de admitancias en la resolución de circuitos en paralelo radica en que **la admitancia compleja equivalente a toda la asociación es la suma de las admitancias correspondientes a cada rama**. En efecto, consideremos el circuito de la figura constituido por n impedancias conectadas en paralelo (figura 55.28). La intensidad total, $I_T$, será la suma vectorial de las intensidades correspondientes a cada rama:

$I_T = I_1 + I_2 + I_3 + ... + I_n$

Aplicando la ley de Ohm a cada una de las impedancias y sustituyendo en la expresión anterior, resulta:

$I_T = V \cdot [(1/Z_1) + (1/Z_2) + (1/Z_3) + ... + (1/Z_n)]$

Como para todo el circuito se cumple: $I_T = V \cdot Y_T$, siendo $Y_T$ la llamada **admitancia de entrada** o **equivalente**, por comparación con la última expresión se obtiene:

$Y_T = Y_1 + Y_2 + Y_3 + ... + Y_n = \Sigma Y_i$

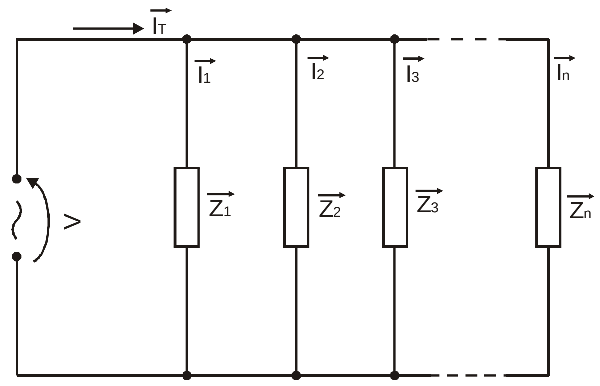


Figura 55.28.- Circuito paralelo.

**• Caso particular de dos impedancias conectadas en paralelo**

Si un circuito, como el de la figura 55.29, está constituido por dos impedancias, $Z_1$ y $Z_2$, conectadas en paralelo, a las que se aplica una tensión alterna de valor eficaz V, la impedancia equivalente de todo el circuito vendrá dada por:

$$\overline{Z}_T = \frac{1}{\overline{Y}_T} = \frac{1}{\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2} = \frac{1}{\dfrac{1}{\overline{Z}_1} + \dfrac{1}{\overline{Z}_2}}$$

$$\overline{Z}_T = \frac{\overline{Z}_1 \bullet \overline{Z}_2}{\overline{Z}_1 + \overline{Z}_2}$$

**• Circuito paralelo RLC**

Consideremos ahora un circuito constituido por una resistencia R, una bobina L y un condensador C, conectados en paralelo (figura 55.30).

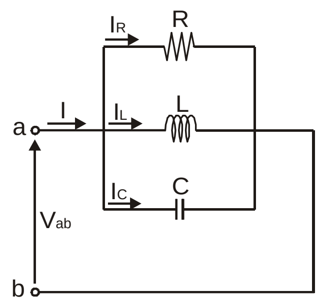


Figura 55.30.- Circuito paralelo RLC.

La intensidad que circula por la resistencia está en fase con la tensión, mientras que la intensidad que circula por la autoinducción está retrasada 90º, y la intensidad en el condensador se adelanta también 90º, ambas referidas a la tensión de referencia.

La **suma vectorial de las tres intensidades parciales nos da la intensidad total** del circuito, de tal manera que si $I_L > I_C$ el circuito resulta inductivo (figura 55.31), y al revés, si $I_L < I_C$ el circuito resulta capacitivo. La intensidad total que resulta del diagrama vectorial de intensidades nos da un valor en módulo de:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2}$$

siendo: $I_R = V/R$ ; $I_L = V/(j\omega \cdot L)$ ; $I_C = V \cdot (j\omega \cdot C)$

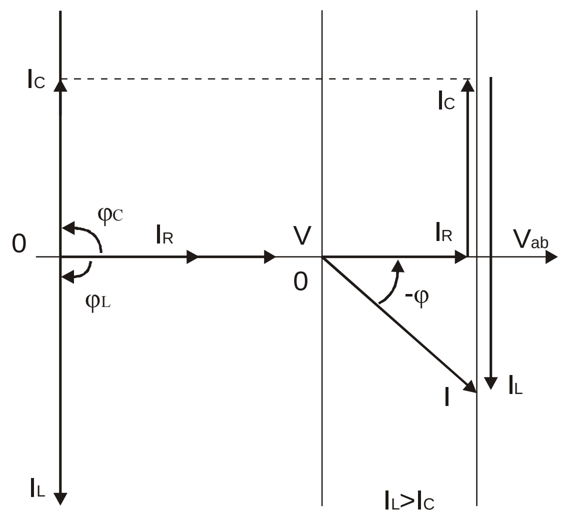


Figura 55.31.- Intensidades en el circuito RLC paralelo

Así:

$$tg\varphi = \frac{I_C - I_L}{I_R}$$

El módulo de la impedancia total del circuito viene dado por la expresión:

$$|Z| = \frac{|V|}{\sqrt{I_R^{\,2} + (I_C - I_L)^2}}$$

En un circuito paralelo RLC como el de la figura se puede conseguir anular los efectos de la autoinducción y de la capacidad si la frecuencia toma el valor:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Para esta $\omega_0$, la impedancia es máxima e igual a la resistencia (Z = R), la intensidad es mínima (I = V/R) y las dos intensidades por la bobina y el condensador se anulan entre sí. Se dice que el circuito entra en **resonancia**, y $f_0$ es la frecuencia de resonancia.

**• Circuitos mixtos RLC**

Se trata de circuitos donde se combinan elementos en serie y en paralelo. Se resuelven sin dificultad si utilizamos adecuadamente los números complejos (tal y como hicimos en los ejercicios anteriores) y calculamos, paso a paso, la intensidad que circula por cada una de las ramas y la caída de potencial en cada uno de los elementos.

**Resumen**: El cuadro siguiente resume las magnitudes estudiadas de cada uno de los componentes básicos.

| Elemento | Reactancia | Impedancia | Susceptancia | Admitancia |
|---|---|---|---|---|
| **Resistencia** | $X_R = R$ | $\overrightarrow{Z_R} = R$ | $B_R = G$ | $\overrightarrow{Y_R} = G$ |
| **Bobina** | $X_L = \omega L$ | $\vec{Z}_L = j\omega L$ | $B_L = \frac{1}{\omega L}$ | $\overrightarrow{Y_L} = -j\frac{1}{\omega L}$ |
| **Condensador** | $X_C = \frac{1}{\omega C}$ | $\overrightarrow{Z_C} = -j\frac{1}{\omega C}$ | $B_C = \omega C$ | $\vec{Y}_C = j\omega C$ |

## 55.7. Conclusión

La conexión en serie simplifica el cableado de los circuitos pero presenta el inconveniente de que si falla uno de los componentes queda el circuito abierto, impidiendo el funcionamiento de todos los demás; es por lo que esta asociación no se utiliza prácticamente en instalaciones eléctricas.

La conexión en paralelo es la más adecuada para ese tipo de sistemas ya que la red de distribución entrega una tensión constante y al ser la tensión de trabajo siempre la misma se estandariza la fabricación de los componentes de la instalación.

En otros campos de aplicación de la tecnología eléctrica como las máquinas eléctricas o los automatismos se utilizan principalmente asociaciones mixtas, destacando las asociaciones estrella y triángulo en las máquinas eléctricas de corriente alterna.